Matemática Discreta
Prova 1
24/04/2007

PROFESSOR: **Diane Castonguay**

JUSTIFIQUE CUIDADOSAMENTE
TODAS AS SUAS RESPOSTAS
E
ORGANIZE BEM AS SOLUÇÕES DE SUA PROVA.

Questão 1 [2pts]
Sejam A e B dois conjuntos.
Mostre que os conjuntos A e B são disjuntos se e somente se $B \subseteq B - A$.

Questão 2 [2pts]
Seja R uma relação sobre A. Para cada afirmação, verifique se é verdadeira ou falsa. Se for verdade, mostre-a, se for falsa, elabore um contra-exemplo.

(a) Temos que $D_A \subseteq R \circ R^{-1}$.
(b) Temos que a relação R é antisimétrica se e somente se $R \cap R^{-1} \subseteq D_A$.
Obs.: $D_A = \{(a,b) \in AxA \text{ tq } a = b\}$ é a relação de igualdade sobre A.

Questão 3 [4pts]
Consideremos o conjunto $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ e as relações sobre A definida por:
$R=\{(0,0), (0,1), (0, 3), (0, 5), (1,1), (2,2), (2, 4), (2, 6), (3,3), (4,2), (4,4), (4,6), (5,1), (5,3), (5,5), (6,6)\}$
$S= \{(1,0), (1,3), (1, 5), (3, 0), (3, 1), (3,5), (5, 0), (6, 2), (6,4)\}$
$T=\{(2,1), (2,4), (2,5), (4,0), (4,1), (4, 3), (4,5), (5,3), (6,1)\}$

(a) Mostre que R é reflexiva e transitiva, porém não é nem simétrica, nem antisimétrica.
(b) A relação $R \cup S$ é uma relação de equivalência. Destaque as classes de equivalência dela.
(c) A relação $R \triangle T$ é uma relação de ordem. Construa o diagrama de Hasse desta relação sobre A. Destaque os elementos minimais e maximais. Indique se existe o elemento máximo e/ou o elemento mínimo e se for o caso, destaque-o.

Questão 4 [2pts]
Determine quais das seguintes relações sobre $\mathbb{Q}$ são funções sobre $\mathbb{Q}$, quais delas são injetoras e/ou sobrejetoras.

(a) $f = \{ (a,b) \in \mathbb{Q} \times \mathbb{Q} \text{ tal que } ab = 1\}$
(b) $g = \{(a,b) \in \mathbb{Q} \times \mathbb{Q} \text{ tal que } a^2 = b\}$