Seleção para alunos Especiais
Projeto e Analise de Algoritmos
Prova – 15/12/2006

PROFESSORA: Diane Castonguay

JUSTIFIQUE TODAS AS SUAS RESPOSTAS

Questão 1 [2 pts]
Mostre que f(n) = 395 n^4 + 357 n^3 + 4231 n + 1346 é $O(n^4)$. Exiba um dos possíveis pares de paramêtros c e n_0 tais que f(n) <= c n^4 para todo n >= n_0.

Questão 2 [3 pts]
(a) Sejam f, g, h : $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$ (ou $\mathbb{N} \to \mathbb{N}$) três funções quaisquer.
Mostre que se f(n) ∈ O(g(n)) e g(n) ∈ O(h(n)) então f(n) ∈ O(h(n))

(b) Dê um exemplo de três funções f, g e h
tais que f(n) ∈ O(h(n)) e g(n) ∈ O(h(n)) mas f(n) ∉ O(g(n)).

Questão 3 [2 pts]
Prove por indução que

$$\sum_{i=0}^{n} \frac{1}{2^i} = 2 - \frac{1}{2^n} \quad \forall n \in \mathbb{N}, n \geq 0.$$

Questão 4 [3pts]
Considere o seguinte algoritmo:

```
/*
 * As entradas do vetores são inteiras. Os valores podem variar de -k até k.
 */
TEMPO(A)
1.      n ← comprimento[A]
2.      para i ← 1 até n faça
3.              se A[i] >= 0
4.                      então   enquanto A[i] < k faça
5.                                      A[i] ← A[i] + 1
6.                              fim-para
7.                      senão A[i] ← 0
8.              fim-se
9.      fim-para
```

(a) Exiba quantas vezes cada linha do algoritmo TEMPO será efetuada.

(b) Descreve quando ocorre o melhor e o pior caso deste algoritmo e use o item (a), para analisar o tempo de execução do algoritmo no melhor e no pior caso sabendo que k é O(n).